Adaptieve Logica's. Een precieze benadering van vertrouwde maar door logici verwaarloosde redeneervormen*

Diderik Batens
Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie
Universiteit Gent
Blandijnberg 2
B–9000 Gent
Diderik.Batens@rug.ac.be
http://logica.rug.ac.be/dirk/

1 Bedoeling

Met deze tekst beoog ik duidelijk te maken wat adaptieve logica's zijn, op welke punten ze verschillen van meer vertrouwde logica's, en wat hun nut is. Tevens hoop ik dat tenminste enkele lezers de smaak te pakken krijgen, meer technische artikels gaan lezen en misschien zelfs in het domein gaan werken. Enige technisch jargon valt niet te vermijden. Voor dit soort onderwerpen zijn formele uitdrukkingen nu eenmaal korter en exacter dan omschrijvingen in de natuurlijke taal. Dat het bedrijven van symbolische logica heel wat vooronderstellingen inhoudt vormde een bijzondere moeilijkheid bij het schrijven. Soms gaat het om erg fundamentele dingen. De meeste daarvan moeten hier node onbesproken blijven—wie er meer over wil weten verwijs ik naar inleidende handboeken ([4] is mijn beste koop). Toch heb ik gepoogd de tekst leesbaar te houden voor wie, ook zonder achtergrondkennis, enige goede wil aan de dag legt.

De centrale taak van de logica, als discipline, bestaat naar mijn mening in het ontwerpen van een veelheid van systemen die toelaten menselijke redeneringen op hun correctheid te beoordelen. De bedoelde systemen, logische systemen of kortweg logica's genoemd, worden onder meer gekenmerkt door regels en definities die vastleggen wat een bewijs is van een conclusie uit een verzameling premissen. Bewijzen vormen explicaties[1] voor de vermelde redeneringen. Een proper geformuleerde logica behoeft verder een semantiek. Dit is een theorie over logische modellen waarin bepaalde beweringen (maar zie verder) waar zijn en alle andere vals—ik gebruik systematisch "vals" in zijn eerste betekenis, waarvoor

*Recent onderzoek over adaptieve logica's werd ondersteund door de Universiteit Gent, het FWO – Vlaanderen, de KVAB, en onrechtstreeks door de Vlaamse Minister bevoegd voor Wetenschap en Technologie.

[1] De notie 'explicatie' komt uit Carnaps [18]. Bondig en niet geheel precies: een explicatie (hier een bewijs) is helder en precies en vertoont sterke gelijkenissen met het explicandum (hier een feitelijke redenering).

Nederlanders “onwaar” plegen te gebruiken. De semantiek legt onder meer de relatie vast tussen een samengestelde bewering en haar samenstellende delen. Wanneer een aantal beweringen samen waar kunnen zijn, dan is er een model waarin ze samen waar zijn—een (logisch) model komt dus overeen met een mogelijke situatie.[2] Tenslotte, men doorgrondt een logica pas wanneer men de eigenschappen ervan kent. De studie van die eigenschappen noemt men de metatheorie. De metatheoretische traditie levert zowel een arsenaal aan mogelijke eigenschappen als een aantal (soms erg ingenieuze) technieken om aan te tonen dat een logica bepaalde eigenschappen heeft of niet heeft.

De relatie tussen redeneringen in de natuurlijke taal en bewijzen is wat complexer dan men zou kunnen denken. Logica’s worden (sinds meer dan een eeuw) geformuleerd met betrekking tot formele talen (om redenen waarop ik niet kan ingaan). Beweringen uit de natuurlijke taal moeten daarom worden ‘vertaald’ tot formules van een formele taal voor ze kunnen worden beoordeeld aan de hand van een logisch systeem. Logica’s betreffen bovendien slechts de formele correctheid van afleidingen. Dit komt erop neer dat ze de betekenis vastleggen van de logische symbolen (vertalingen van “en”, “of”, “niet”, “alle”, . . .). Nadat de redenering vertaald is tot een lijst van formules, moet men een passende logica kiezen. De vertaling en de gekozen logica moeten een interpretatie van de formules opleveren die (vanuit formeel oogpunt) overeenkomt met de betekenis van de beweringen die de redenering vormen. Pas dan verkrijgt men een geldige beoordeling van de redenering.

Er worden steeds meer logica’s uitgebouwd die de rol van de ‘vertaling’ van de natuurlijke taal naar de formele taal reduceren. Anders gezegd, er worden steeds meer logica’s geformuleerd die formele talen zo interpreteren dat ze steeds meer eigenschappen met de natuurlijke taal gemeen hebben. We zullen bijvoorbeeld zien dat adaptieve logica’s sommige logische symbolen op een contextuele wijze interpreteren—twee negaties in dezelfde formule kunnen een verschillende betekenis hebben in functie van de premissen. Adaptieve logica’s doen echter veel meer dan dit. Om dat duidelijk te maken is enige voorbereiding nodig.

2 Achtergrond

Met Aristoteles startte een traditie die, na bloeiperioden en dieptepunten, aan het eind van de 19e eeuw haar ‘klassieke’ vorm kreeg in het werk mensen als Frege, Russell, Hilbert en leerlingen, Beth en leerlingen, . . . Algemeen wordt aangenomen dat de logica meer vooruitging sinds formele talen werden ingevoerd, onder meer bij Boole, dan in de eeuwen die daaraan voorafgingen.

Deze klassieke opvatting, rond 1900 dus, hield impliciet of expliciet in dat een logica (of de logica) een aantal eigenschappen heeft waarvan ik de belangrijkste opsom.

K.1 Een logica $\mathbf{L}$ is een *functie* $\mathbf{L} : \wp(\mathcal{W}) \mapsto \wp(\mathcal{W})$ die aan elke verzameling (gesloten) formules een unieke gevolgverzameling toekent—$\mathcal{W}$ is hier de verzameling van alle formules en $\wp(\mathcal{W})$ de machtsverzameling (de verzameling van alle deelverzamelingen) ervan.

[2] Voor de huidige tekst volstaat het een logisch model op te vatten als een structuur waarin sommige formules waar zijn en alle andere vals.

Dat de logica **L** toelaat de formule A af te leiden uit de verzameling van formules Γ, schrijven we als $\Gamma \vdash_{\mathbf{L}} A$ ($\Gamma \vdash A$ waar er geen verwarring mogelijk is). De gevolgverzameling van Γ, $\{A \mid \Gamma \vdash_{\mathbf{L}} A\}$, zal ik noteren als $Cn_{\mathbf{L}}(\Gamma)$ ($Cn(\Gamma)$ waar geen verwarring mogelijk is).

K.2 Aristoteles' criterium van *deductieve correctheid*: $\Gamma \vdash A$ alss (als en alleen als) A waar is wanneer alle leden van Γ waar zijn.

K.3 Reflexiviteit van de afleidbaarheidsrelatie: uit de verzameling premissen is elke premisse afleidbaar: als $A \in \Gamma$, dan $\Gamma \vdash A$ (uit K.2).

K.4 Transitiviteit van de afleidbaarheidsrelatie: wat volgt uit de premissen samen met hun gevolgen, volgt uit de premissen: als $Cn(\Gamma) \vdash A$, dan $\Gamma \vdash A$; anders gezegd: $Cn(Cn(\Gamma)) = Cn(\Gamma)$.

K.5 Monotoniciteit van de afleidbaarheidsrelatie: wat volgt uit de premissen, blijft volgen wanneer nieuwe premissen worden toegevoegd (als $\Gamma \vdash A$, dan $\Gamma \cup \Delta \vdash A$).

K.6 *Formele correctheid*: de correctheid van een inferentie wordt bepaald door haar vorm (in de formele taal).

K.7 *Statische* bewijzen: elk beginfragment van een bewijs[3] is zelf een bewijs; en er verandert niets aan een bewijs wanneer het wordt uitgebreid.

K.8 *Consistentie*: Γ is vals als uit Γ een inconsistentie volgt (een bewering A samen met haar negatie $\sim A$). Aangezien een inconsistente verzameling premissen steeds vals is, heeft ze geen modellen.

K.9 *Ex falso quodlibet*: $A, \sim A \vdash B$.

Bewijzen doet men dit bijvoorbeeld zo—in de vierde kolom worden de symbolen leesbaar gemaakt:

1	A	Premisse
2	$\sim A$	Premisse
3	$A \vee B$	1; Additie
4	B	2, 3; Disjunctief Syllogisme

Semantisch kan men als volgt redeneren: er is geen model waarin A en $\sim A$ waar zijn en B vals is. Alle modellen zijn immers consistent (zie K.8). Merk op dat B hier geen enkele invloed heeft.

K.10 Beslisbaarheid (of effectieve beslisbaarheid): er is een algoritme om (voor elke Γ en A) uit te maken of al dan niet $\Gamma \vdash A$.

K.11 Compactheid: wat volgt uit een verzameling premissen, volgt uit een eindige deelverzameling ervan: als $\Gamma \vdash A$ dan is er een eindige $\Gamma' \subseteq \Gamma$ zodat $\Gamma' \vdash A$.

K.12 Axiomatiseerbaarheid: elk welomschreven domein van kennis (de rekenkunde, de mechanica, …) wordt gevat door een eindige verzameling axioma's.[4]

[3] Een bewijs van A uit Γ is een lijst van formules, die eindigt met A en waarvan elk lid ofwel een premisse (lid van Γ) is ofwel uit vorige leden volgt door toepassing van een regel van de logica. Een geannoteerd bewijs is een lijst van lijnen, waarvan elke lijn bestaat uit een nummer, een formule en een verantwoording, en waarbij de lijst van de formules een bewijs vormt. De notie bewijs werd precies gemaakt rond 1900 (door Hilbert).

[4] Correcter: *of* door een oneindig aantal axioma's die worden gekarakteriseerd door een eindig aantal vormen in de metataal (eindig aantal axiomaschema's).

Naast de 'klassieke logica' (**CL**) werden zowel uitbreidingen van **CL** als varianten ervoor geformuleerd. De varianten zijn vooral ingegeven door bezwaren tegen het waarheidsfunctioneel karakter van **CL** en meer bepaald van de implicatie. Daardoor is die implicatie ongeschikt om implicaties uit de natuurlijke taal te formaliseren. Ook de varianten behouden echter veel van de bovenstaande eigenschappen.

Gedurende de eerste helft van de twintigste eeuw werd aangetoond dat sommige van de bovenstaande eigenschappen niet gelden, zelfs niet voor de klassiekst mogelijke systemen. Zo is (de volledige, predikatieve versie van) **CL** *niet* beslisbaar—er is wel een positieve test voor $\Gamma \vdash A$ (zie verder)—en is de elementaire rekenkunde (de verzameling van rekenkundige waarheden) niet axiomatiseerbaar in de zin van K.12 als ze consistent is[5] (eerste theorema van Gödel). Terloops, **CL** wordt volledig vastgelegd door een eindige lijst van regels; we kunnen ook *bewijzen* dat elke conclusie die met die regels uit een verzameling Γ afleidbaar is, waar is in alle **CL**-modellen van Γ *en* omgekeerd. Er is echter geen algoritme om uit te maken of een formule al dan niet volgt uit een verzameling premissen.

Aangezien de notie *positieve test* hierna belangrijk zal blijken, ga ik er even op in. Een algoritme (zie K.10) voor $\Gamma \vdash A$ bestaat uit twee delen: (i) een positieve test voor $\Gamma \vdash A$; dit is een procedure die, *als* $\Gamma \vdash A$, na een *eindig* aantal stappen leidt tot een positief antwoord en (ii) een positieve test voor $\Gamma \nvdash A$ (dit is een negatieve test voor $\Gamma \vdash A$). Procedures van de bedoelde soort worden gekarakteriseerd door een lijst van instructies; een mens kan ze uitvoeren, maar ze kunnen ook in een computer worden geprogrammeerd. Een positieve test bestaat erin dat men overeenkomstig de instructies stap voor stap entiteiten (formules, getallen, ...) invoert tot een bepaalde eigenschap voldaan is. Zo is er een procedure die een **CL**-bewijs (zie voetnoot 3) van A uit Γ oplevert indien A overeenkomstig **CL** uit Γ volgt. **CL** is niet beslisbaar[6] omdat er geen negatieve test is voor $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$ (geen positieve test voor $\Gamma \nvdash_{\mathbf{CL}} A$). Indien $\Gamma \nvdash_{\mathbf{CL}} A$, dan is het mogelijk dat de procedure nooit stopt. Zolang de procedure niet is gestopt, weten we dus niet of ze binnen een eindig aantal stappen een bewijs zal opleveren, dan wel oneindig lang zal doorgaan. Aangezien mensen slechts een beperkte eindige tijd ter beschikking hebben, vormt dat een probleem.

Is er dan geen negatieve test voor $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$, met een positieve test ervoor valt best te leven. In de vorige alinea zagen we dat we niet steeds in staat zijn de vraag te beantwoorden of een bepaalde conclusie uit onze premissen volgt. Dit is een handicap, zeker wanneer we die vraag belangrijk is. Maar we hebben tenminste dit: als we een bewijs van B uit Γ vinden, dan kunnen er zeker over zijn dat B uit Γ volgt. Met andere woorden, als we correct redeneren, dan mogen we zeker zijn dat de verkregen conclusies uit de premissen volgen.

[5] Als de elementaire rekenkunde niet consistent is, wordt ze bijvoorbeeld geaxiomatiseerd door $0 \neq 0$, want $0 = 0$ is een stelling van **CL**.

[6] De "is" heeft hier een logische betekenis. Het gaat er niet om dat we tot nog toe geen algoritme hebben gevonden, maar dat er geen *kan* worden gevonden.

3 Vertrouwde Redeneervormen

Zowel in het alledaags denken als in de wetenschappen komen talrijke redeneervormen voor waarbij er *geen* positieve test is voor de onderliggende gevolgrelatie. De laatste alinea van de vorige paragraaf maakt duidelijk welk probleem dit meebrengt. Kunnen we in die omstandigheden wel redeneren? Vanzelfsprekend niet overeenkomstig de klassieke opvatting uit 2. Maar toch redeneren we, zoals blijkt uit de voorbeelden die hierna volgen. Ik vermeld er slechts enkele.

Inductieve generalisatie wordt dikwijls voor ongrijpbaar gehouden omdat ze willekeurig zou zijn; het 'ontdekken' van theorieën en hypothesen zou geen rationeel proces zijn, terwijl het testen van theorieën en hypothesen dat wel is. Nochtans is het achterliggend idee bij inductieve generalisatie erg eenvoudig. Overigens werd inductieve generalisatie voortdurend toegepast in de zeventiende en achttiende eeuw. Galileo leidde generalisaties af uit de verkregen waarnemingen en Newton beklemtoonde: "hypotheses non fingo"—zie onder meer [21], een nuttige historische studie waarvan de filosofische besluiten echter achterhaald zijn.

Stel dat we erop uit zijn inductieve generalisaties af te leiden—in het eenvoudigste geval een zin van de vorm "alle P zijn Q"—vertrekkend van een verzameling data (waarnemingsgegevens) en een aantal achtergrondtheorieën die we betrouwbaar achten. Hoe de inductieve gevolgrelatie er ook uit moge zien—zie bijvoorbeeld [10] en [13] voor een antwoord op die vraag—er moet in elk geval worden geëist dat een afgeleide generalisatie A verenigbaar is met (een consistent geheel vormt met) de data en met de achtergrondkennis die niet door de data is gefalsifieerd. Er is echter geen positieve test voor consistentie, zodat er geen positieve test is voor inductieve afleidbaarheid.

Verklaring (Hintikka, bijvoorbeeld [20]). Met betrekking tot een theorie T vormt I een verklaring voor Pa (a heeft eigenschap P) alss aan zes voorwaarden voldaan is. Drie daarvan zijn:

(iii) I is niet inconsistent ($\nvdash_{\mathbf{CL}} \sim I$).

(iv) Pa volgt niet uit T alleen ($T \nvdash_{\mathbf{CL}} Pb$).

(vi) I is verenigbaar met T, m.a.w. het is niet zo dat T gefalsifieerd wordt door I ($T \nvdash_{\mathbf{CL}} \sim I$).

Voor geen van deze drie voorwaarden is er een positieve test.

Zo consistent mogelijke interpretaties. In de geschiedenis van de wetenschappen komen heel wat theorieën voor die als consistent bedoeld waren, maar later inconsistent bleken. Dit geldt vooral voor de wiskunde (Newtons infinitesimaalrekening, Cantors verzamelingenleer, Freges verzamelingenleer, ...), maar ook voor 'empirische' disciplines (zie onder meer [17], [23], [25], [26], [27], [28], [32]).

Een dergelijke theorie, noem ze T, zal men trachten te vervangen door een consistente verbetering ervan. Om die te vinden moet vanuit T redeneren; men moet meer bepaald T zo consistent mogelijk interpreteren en er de inconsistenties in lokaliseren—zie bijvoorbeeld [2], [3], [6]. Er is er echter geen positieve test voor "volgt uit de zo consistent mogelijke interpretatie van T" (zie ook paragraaf 5).

Erg centraal is *logische verenigbaarheid* (zie [14]). Hierop wordt voortdurend een beroep gedaan: bij het uitbreiden van kennis, bij het zoveel mogelijk rekening houden met 'verwachtingen' (bijvoorbeeld in een diagnose), enz. Er is typisch geen positieve test voor logische verenigbaarheid.

Het eenvoudigste voorbeeld is wellicht dat waarbij een (rationeel) persoon X een bewering A *ontkent*. Vanzelfsprekend mag A niet afleidbaar zijn uit beweringen die X onderschrijft. Er is echter geen positieve test voor niet-afleidbaarheid.[7]

Deze lijst kan worden voortgezet *ad nauseam* (zoals men in goed Engels zegt). Zo is er geen positieve test voor de gevolgrelatie van niet-monotone logica's. Meer voorbeelden vindt men in [12].

4 Dynamische Redeneringen

In de eerste alinea van de vorige paragraaf werd het probleem reeds gesteld: redeneervormen waarvoor er geen positieve test is, verlopen niet overeenkomstig traditionele bewijzen. Wat is er dan specifiek aan? Laten we de techniek even terzijde en beperken we ons tot een kenmerk dat iedereen in dergelijke contexten moet opvallen: dynamiek.

Bij al dergelijke redeneervormen treedt een interne dynamiek op en soms ook een externe. De *externe dynamiek* treedt op wanneer de gevolgrelatie niet-monotoon is—zie K.4: als er premissen bijkomen, kunnen vroegere conclusies wegvallen. Alle voorbeelden uit paragraaf 3 betreffen niet-monotone gevolgrelaties. De *interne dynamiek* heeft ermee te maken dat we, naarmate we voort redeneren (ook wanneer er geen premissen bijkomen), meer inzicht verkrijgen in de premissen en dat we daardoor soms een vroeger getrokken conclusie verwerpen. Dit fenomeen zal wel bekend zijn aan iedereen die over zijn eigen opvattingen heeft nagedacht. De dynamiek komt er dus op neer dat conclusies *herzienbaar* zijn in het licht van nieuwe informatie (extern) of van een beter inzicht in de premissen (intern). De dynamiek kan erg wispelturig zijn: op een bepaald ogenblik wordt (terecht) een conclusie getrokken, later wordt ze (terecht) verworpen, nog later wordt ze weer (terecht) als correct beschouwd.

De interne dynamiek treedt ook op bij sommige monotone gevolgrelaties; voor een voorbeeld verwijs ik naar [7], meer bepaald naar de behandeling van de 'weak consequence relation' uit [30] en [31]. Zelfs beslisbare gevolgrelaties kunnen (op een interessante wijze) worden gekarakteriseerd door dynamische bewijzen—zie [8] over $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ uit [1]. Dit opent een interessante mogelijkheid: zelfs wanneer er wel een positieve test is, kan het zinnig zijn dynamisch te redeneren. Zoals we later zullen zien laten dynamische redeneervormen toe rationele beslissingen te nemen. Let erop dat beslissingen een pragmatische categorie zijn. Daarom kan het zinnig zijn te beslissen op basis van een dynamische redenering wanneer het doorlopen van de procedure die een positieve test oplevert, te duur is met betrekking tot de beslissing.

De klassieke notie *bewijs* sluit beide vormen van dynamiek uit. Enige voorzichtigheid is dus geboden. Afwijken van een gevestigde traditie kan beter met de nodige controle gebeuren. Om op dynamische redeneervormen vat te krijgen zijn dan ook drie dingen nodig. Ten eerste moeten de gevolgrelaties op een technisch precieze manier worden bepaald. Ten tweede moeten dynamische

[7] Wellicht biedt dit een interessante (en technisch exacte) invalshoek op de notie bewijslast. Deze term komt frequent voor in middeleeuwse traktaten en heeft nog consequenties in ons huidig rechtssysteem.

bewijzen worden ontwikkeld (die een explicatie bieden voor de feitelijke redeneringen). Ten derde moet de metatheorie van deze logica's worden uitgewerkt.[8]

Voor ik adaptieve logica's karakteriseer, ga ik even in op paraconsistentie. Dit kan zonder al te veel techniek gebeuren, en later zal ik erop terugvallen voor voorbeelden.

5 Paraconsistente en Inconsistentie-Adaptieve Logica's

Logica's waarin K.9 geldt, laten niet toe zinnig te redeneren uit inconsistente premissen; alles volgt er immers uit. Toch moeten we soms redeneren uit inconsistente premissen—om de problemen erin te lokaliseren en weg te werken. Dit betekent niet dat we inconsistente theorieën als waar beschouwen. We zoeken er immers consistente verbeteringen voor. Maar om erover te kunnen redeneren moeten we, wegens K.2, wel doen alsof de theorieën waar kunnen zijn. Om deze redenen (samen met andere die ik wijselijk onvermeld laat) werden paraconsistente logica's geformuleerd. Dit zijn logica's waarin K.9 niet algemeen geldt.

Paraconsistente logica's sluiten niet uit dat (voor sommige A) zowel A als $\sim A$ waar zijn. Dit heeft gevolgen voor de correctheid van Disjunctief Syllogisme (DS), wat een centrale rol speelt in het bewijsje uit paragraaf 2 (vlak na K.9). DS laat toe B concluderen uit $A \vee B$ en $\sim A$. De klassieke verantwoording hiervoor gaat als volgt: A is waar of B is waar; maar A is niet waar; dus is B waar. Om over een inconsistente theorie te redeneren, moeten we (minstens doen alsof we) ervan uitgaan dat A en $\sim A$ beide waar kunnen zijn. In dat geval volgt uit $\sim A$ echter niet dat A niet waar is. Maar dan kunnen $A \vee B$ en $\sim A$ beide waar zijn terwijl B toch vals is—zie K.2—zodat DS geen correcte afleidingsregel is.[9] Samengevat: als A en $\sim A$ niet beide waar kunnen zijn, dan is DS is correct; kunnen ze wel samen waar zijn, dan is DS niet correct.

Hier is een voorbeeld van inconsistente premissen—het is te simpel om realistisch te zijn, maar illustreert goed wat er aan de hand is.

$$\sim p, p \vee r, \sim q, q \vee s, p\,.$$

Stel dat deze 'theorie' als consistent was bedoeld (in dit simpele geval door iemand met wel erg weinig logisch inzicht) en dat **CL** als de onderliggende logica werd gezien. Zodra we de inconsistentie 'ontdekken', weten we dat **CL** niet zinnig op de theorie kan worden toegepast. Maar aangezien de theorie als consistent was bedoeld, willen we ze wel zo consistent mogelijk interpreteren. Onder die interpretatie behoren alle **CL**-gevolgen die wel zinnig uit de theorie volgen.

[8] Dat de leek degelijke logische publicaties meestal als schrikbarend ervaart, ligt precies aan het erg technisch karakter van de metatheorie.

[9] Helaas is de zaak nog complexer. Sommigen, zoals Graham Priest in bijvoorbeeld [29], concluderen uit $\sim A$ dat A wel degelijk niet waar is, maar zeggen er meteen bij dat A tegelijkertijd waar en niet waar kan zijn—met andere woorden, ze maken ook de metataal paraconsistent. En er is meer. Sommige paraconsistente logica's (zie [24] en [33]) valideren DS maar verwerpen Additie (vergelijk met het bewijsje dat in paragraaf 2 volgt op K.9). In de tekst laat ik deze alternatieve aanpakken buiten beschouwing.

Wat betekent het de theorie 'zo consistent mogelijk' te interpreteren? Het idee is dit: neem aan dat een formule 'zich consistent gedraagt' tenzij de premissen dit tegenspreken. Aangezien de premissen vereisen dat $\sim q$ waar is, nemen we dus aan dat q vals, zodat we uit $q \vee s$ mogen concluderen tot s. Daarentegen volgt r niet uit $\sim p$ en $p \vee r$ omdat de premissen vereisen dat zowel p als $\sim p$ waar zijn.

Het voorbeeld illustreert goed het verschil tussen een (monotone) paraconsistente logica en een inconsistentie-adaptieve logica. De eerste klasseert sommige *regels* van **CL** als niet correct—bijvoorbeeld DS, waardoor s *niet* afleidbaar is uit bovenstaande theorie. De tweede klasseert sommige *toepassingen* van regels van **CL** als niet correct—de ene toepassing van DS is wel correct, de andere niet. Het voorbeeld illustreert ook dat de (hier impliciet gehanteerde) inconsistentie-adaptieve logica niet-monotoon is: wanneer we q bij de bovenstaande premissen toevoegen, dan is s niet meer afleidbaar.

We hebben nu wel een idee, maar nog geen bruikbare logica. Er zijn namelijk twee complicaties. Ten eerste, we kunnen (voor een predikatieve taal) niet steeds met zekerheid uitmaken of de premissen vereisen dat een bepaalde inconsistentie waar is. Precies dit maakt de interne dynamiek van de redeneringen noodzakelijk en veroorzaakt de dynamiek van de bewijzen die een explicatie vormen voor deze redeneringen. In die bewijzen zullen we veronderstellen dat een formule zich consistent gedraagt, *tenzij en totdat* het tegendeel is aangetoond.

In het bovenstaande voorbeeld kunnen we vanzelfsprekend uitmaken dat p zich inconsistent gedraagt. Toch kunnen we het voorbeeld gebruiken om de dynamiek te illustreren. Stel dat we niet meteen merken dat p zich inconsistent gedraagt, bijvoorbeeld omdat we de premisse $\sim p$ al hebben ingevoerd, maar de premisse p nog niet. Dan zullen we r afleiden uit $\sim p$ en $p \vee r$. Wanneer we later merken dat de theorie vereist dat ook p waar is, dan zullen we op onze eerdere conclusie terugkomen: r volgt niet uit $\sim p$ en $p \vee r$.

Er is een tweede complicatie: uit sommige premissen volgt een disjunctie van contradicties terwijl geen van de disjuncten eruit volgt. Uit de premissen

$$\sim p, p \vee q, \sim q, q \vee s, p \vee r$$

volgen noch $p \wedge \sim p$ (p en niet p) noch $q \wedge \sim q$, maar volgt wel $(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim q)$. De premissen vereisen dus dat p of q 'zich inconsistent gedragen', maar bepalen niet welk van beide zich inconsistent gedraagt. In dergelijke gevallen zijn er verschillende manieren om de premissen 'zo consistent mogelijk te interpreteren'. Ik noem dat (adaptieve) *strategieën.*

6 Adaptieve Logica's: Algemeen en Semantiek

Algemeen kan men adaptieve logica's karakteriseren als logica's die zich aanpassen aan de premissen. Het gaat er niet om dat de premissen de gevolgverzameling bepalen, want dat geldt voor elke logica. Het gaat erom dat de premissen mede vastleggen of een bepaalde toepassing van een afleidingsregel al dan niet correct is. Een preciezere algemene bepaling geven is momenteel niet wenselijk omdat een dergelijke bepaling het onderzoek zou afremmen. Er zijn echter wel bepaalde soorten adaptieve logica's die op een exacte wijze kunnen worden gekarakteriseerd. Hier volgt een dergelijke bepaling. Ze past voor de adaptieve logica's die tot nog toe het best werden bestudeerd.

Een dergelijke adaptieve logica **AL** wordt gekarakteriseerd door

(i) Een *onderlimiet-logica* **OL** (een monotone logica).

(ii) Een *verzameling abnormaliteiten* Ω: een verzameling die alle formules bevat van een bepaalde logische vorm (die **OL**-contingent is).

(iii) Een *adaptieve strategie*: deze bepaalt wat het betekent dat de premissen 'zo normaal mogelijk' worden geïnterpreteerd.

OL is het stabiele deel van de adaptieve logica; wat volgens **OL** uit de premissen volgt, zal nooit worden herroepen. De abnormaliteiten zijn de formules die voor vals worden gehouden tenzij en totdat het tegendeel is aangetoond. Wanneer de onderlimiet-logica wordt uitgebreid met een axioma dat abnormaliteiten uitsluit, dan verkrijgt men de bovenlimiet-logica **BL**.

Laten we een inconsistentie-adaptieve logica als voorbeeld nemen. Als onderlimiet nemen we bijvoorbeeld **CLuN**.[10] Als verzameling abnormaliteiten Ω nemen we $\{\exists(A \wedge {\sim}A) \mid A \in \mathcal{F}\}$; dit zijn alle onder existentiele kwantificatie gesloten formules van de vorm $(A \wedge {\sim}A)$—voorbeelden: $p \wedge {\sim}p$, $(p \wedge q) \wedge {\sim}(p \wedge q)$, $Pa \wedge {\sim}Pa$, $(\exists x)(Px \wedge {\sim}Px)$, ... De bovenlimiet-logica die wordt bepaald door **CLuN** en deze Ω is **CL**.

Een disjunctie van abnormaliteiten wordt een *Dab*-formule genoemd. $Dab(\Delta)$ zal steeds de disjunctie van de leden van een eindige $\Delta \subseteq \Omega$ aanduiden. Een *minimaal Dab*-gevolg van Γ is een formule $Dab(\Delta)$ die uit Γ volgt terwijl $Dab(\Delta')$ niet uit Γ volgt voor enige $\Delta' \subset \Delta$.

Ik zal slechts twee strategieën vermelden: Betrouwbaarheid en Minimale-abnormaliteit. Ze worden straks duidelijk.

Voor zover men momenteel weet wordt elke adaptieve logica gekarakteriseerd door een onderlimiet, een verzameling abnormaliteiten en een strategie. Wat typisch is voor de adaptieve logica's die onder de bovenstaande bepaling vallen, is dat de verzameling abnormaliteiten bestaat uit alle formules die een bepaalde logische vorm hebben. Bij andere adaptieve logica's wordt de verzameling abnormaliteiten op een andere manier gekarakteriseerd, bijvoorbeeld in termen van modellen.

Eens een adaptieve logica op de bovenstaande manier werd gekarakteriseerd, liggen haar semantiek en haar bewijstheorie vast en weten we dat de logica een aantal eigenschappen heeft—alle interessante metatheoretische eigenschappen volgen uit de bovenstaande karakterisering op zich. De bewijzen zal ik, gezien hun belang, in de volgende paragraaf behandelen.

De semantiek van **AL** wordt als volgt verkregen. Uit de (**OL**-)modellen van Γ wordt een selectie gemaakt die wordt bepaald door de adaptieve strategie. Ik definieer hierna eerst de selectie voor de strategie Betrouwbaarheid en daarna die voor de strategie Minimale Abnormaliteit. Vooraf bepalen we als volgt de verzameling van de abnormaliteiten die waar zijn in een model M ($M \models A$ drukt uit dat A waar is in M):

Definitie 1 $Ab(M) = \{A \in \Omega \mid M \models A\}$.

Waar $Dab(\Delta_1)$, $Dab(\Delta_2)$, ..., de minimale *Dab*-gevolgen van Γ zijn,[11] be-

[10] "Classical Logic allowing for gl*u*ts with respect to *n*egation". Op de negatie na hebben alle logische tekens dezelfde betekenis als in **CL**; de negatie wordt vastgelegd door het axiomaschema $A \vee {\sim}A$, wat erop neerkomt dat A en ${\sim}A$ niet beide vals kunnen zijn.

[11] Een verzameling formules kan inderdaad vele minimale *Dab*-gevolgen hebben. Zo heeft $\{p \wedge q, {\sim}q \vee {\sim}r, r \wedge {\sim}p\}$ twee minimale *Dab*-gevolgen: $p \wedge {\sim}p$ en $(q \wedge {\sim}q) \vee (r \wedge {\sim}r)$.

paalt men de verzameling van ten opzichte van Γ onbetrouwbare formules als $U(\Gamma) = \Delta_1 \cup \Delta_2 \cup \ldots$. Een model van Γ is betrouwbaar alss de enige abnormaliteiten die er waar in zijn, hoe dan ook onbetrouwbaar zijn ten opzichte van Γ:

Definitie 2 *Een model van* Γ *is* betrouwbaar *alss* $Ab(M') \subseteq U(\Gamma)$.

Een model van Γ is minimaal abnormaal alss in geen enkel ander model van Γ (verzamelingstheoretisch) minder abnormaliteiten waar zijn:

Definitie 3 *Een model van* Γ *is* minimaal abnormaal *alss er geen model* M' *van* Γ *is waarvoor* $Ab(M') \subset Ab(M)$.

De strategie Betrouwbaarheid selecteert de betrouwbare modellen van Γ als de **AL**-modellen ervan, terwijl de strategie Minimale Abnormaliteit de minimaal abnormale modellen selecteert. Wat in de geselecteerde modellen waar is, is een **AL**-gevolg van de premissen:

Definitie 4 $\Gamma \vDash_{\mathbf{AL}} A$ *alss* A *waar is in alle* **AL***-modellen van* Γ.

Merk op dat deze definitie, die op zich volstrekt in orde is, in computationeel opzicht weinig nuttig is en evenmin toelaat vat te krijgen op feitelijke redeneringen. Daarvoor dienen de dynamische bewijzen.

7 Adaptieve Logica's: Dynamische Bewijzen

De lijnen van een geannoteerd dynamisch bewijs bevatten vier elementen (in plaats van drie): een lijnnummer, de afgeleide formule, de verantwoording (een regel en eventueel nummers van andere lijnen), en een *voorwaarde*. De voorwaarde is een verzameling van abnormaliteiten (een deelverzameling van Ω). Voor de bewijzen hebben we *regels* nodig die toelaten lijnen toe te voegen en een *definitie* die bepaalt welke lijnen gemarkeerd worden op een bepaald stadium van een bewijs.

Waar Γ de verzameling premissen is en

$$A \quad \Delta$$

afkort dat A met de voorwaarde Δ voorkomt in het bewijs, kunnen de (generieke) regels als volgt worden weergegeven:

PREM Als $A \in \Gamma$:

$$\begin{array}{ll} \ldots & \ldots \\ \hline A & \emptyset \end{array}$$

RU Als $A_1, \ldots, A_n \vdash_{\mathbf{OL}} B$:

$$\begin{array}{ll} A_1 & \Delta_1 \\ \ldots & \ldots \\ A_n & \Delta_n \\ \hline B & \Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n \end{array}$$

RC Als $A_1, \ldots, A_n \vdash_{\mathbf{OL}} B \vee Dab(\Theta)$

$$\begin{array}{ll} A_1 & \Delta_1 \\ \ldots & \ldots \\ A_n & \Delta_n \\ \hline B & \Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n \cup \Theta \end{array}$$

Dat A afleidbaar is op voorwaarde Δ komt er (aantoonbaar) op neer dat de premissen vereisen dat A *of* een van de leden (abnormaliteiten) van Δ waar is. Adaptieve logica's vooronderstellen dat abnormaliteiten vals zijn, tenzij en totdat het tegendeel is aangetoond. Met andere woorden, B wordt beschouwd afgeleid tenzij uit het bewijs het tegendeel blijkt. Wat dit laatste precies betekent hangt af van de strategie—zie verder.

In een bewijs kunnen een of meer formules van de vorm $Dab(\Delta)$ zijn afgeleid. Een dergelijke formule is een *minimale Dab*-formule (op een stadium van het bewijs) alss $Dab(\Delta')$ niet is afgeleid voor enige $\Delta' \subset \Delta$ (op dat stadium). Waar $Dab(\Delta_1)$, ..., $Dab(\Delta_n)$ de minimale Dab-formules op stadium s zijn, bepalen we: $U_s(\Gamma) = \Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n$; $U_s(\Gamma)$ is de verzameling van formules die onbetrouwbare zijn op stadium s.

Definitie 5 *Markering voor de betrouwbaarheidsstrategie: Lijn i is gemarkeerd op stadium s alss, waar Δ de voorwaarde is van lijn i, $\Delta \cap U_s(\Gamma) \neq \emptyset$.*

Stel dat $Dab(\Delta)$ een minimale Dab-formule is op een bepaald stadium. Naar de beste inzichten die het bewijs op dat stadium verschaft, is een lid van Δ waar, maar is niet gespecificeerd welk lid dat is. De strategie Betrouwbaarheid beschouwt daarom alle leden van $U_s(\Gamma)$ als onbetrouwbaar op dat stadium: er kan niet van worden uitgegaan dat die leden vals zijn als de premissen waar zijn. Stel verder dat lijn i als formule A en als voorwaarde Θ heeft. Als Θ leden van $U_s(\Gamma)$ bevat, dan wordt lijn i gemarkeerd omdat niet mag worden verondersteld dat alle leden van Θ vals zijn.

De markeringsdefinitie voor de Minimale-Abnormaliteitsstrategie is wat complexer, zodat ik ze hier onvermeld laat. Ze is wel heel intuïtief: een lijn wordt gemarkeerd alss, overeenkomstig het inzicht dat het bewijs verschaft, haar formule niet in elk minimaal abnormaal model van de premissen waar is.

De formules die uit Γ zijn *afgeleid op een stadium* van het bewijs zijn die van de lijnen die op dat stadium ongemarkeerd zijn. Naarmate het bewijs voortgaat kunnen ongemarkeerde lijnen gemarkeerd worden *en* omgekeerd. Het is belangrijk ook een stabiele afleidbaarheidsrelatie te bepalen—ze geldt voor alle adaptieve logica's:

Definitie 6 *A is* finaal afgeleid *uit Γ op lijn i van een bewijs op stadium s alss (i) A de formule is van lijn i, (ii) lijn i ongemarkeerd is op stadium s, en (iii) elke uitbreiding van het bewijs waarin lijn i gemarkeerd is, zo verder kan worden uitgebreid dat lijn i ongemarkeerd is.*

Definitie 7 $\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$ *(A is* finaal **AL**-afleidbaar *uit Γ) alss A finaal is afgeleid op een lijn van een bewijs uit Γ.*

Merk op dat dit een definitie is en geen beslissingsmethode.

Voor alle bestudeerde logica's **AL** kan (in één trek) worden aangetoond dat $\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$ alss $\Gamma \vDash_{\mathbf{AL}} A$. Hetzelfde geldt voor heel wat belangrijke eigenschappen, waarvan ik slechts enkele voorbeelden geef. Wanneer Γ normaal is (bovenlimietmodellen heeft), dan $Cn_{\mathbf{AL}}(\Gamma) = Cn_{\mathbf{BL}}(\Gamma)$—met andere woorden, de adaptieve logica levert dan dezelfde gevolgen op als de bovenlimiet-logica. Als Γ niet normaal is, levert **AL** in de regel meer gevolgen op dan **OL**. Als $\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$ dan is A finaal afleidbaar in elk bewijs uit Γ (bewijs-invariantie). Wanneer een model M van Γ niet wordt geselecteerd, dan is er een geselecteerd model M'

van Γ zodat $Ab(M') \subset Ab(M)$. M' verantwoordt dan waarom M niet wordt geselecteerd. Hieruit volgt verder dat elke verzameling premissen die een **OL**-model heeft, ook een **AL**-model heeft; met andere woorden dat de overgang van **OL** naar **AL** nooit trivialiteit meebrengt.

Er zijn *criteria* voor finale afleidbaarheid en methoden om die criteria te bereiken (zie o.m. [15] en [9]). Er is ook een *dynamische semantiek*, gebaseerd op een 'blokkenaanpak', wat aantoont dat de dynamiek van de bewijzen reëel is (zie [5]). Ook wanneer geen enkel criterium van toepassing is, kan men aantonen dat een bewijs op een stadium een goede benadering van finale afleidbaarheid oplevert. Wanneer de benadering niet samenvalt met finale afleidbaarheid en het bewijs wordt voortgezet, dan kan de benadering verbeteren (en daar zijn technieken voor) en kan ze niet verslechteren. De benadering is bovendien optimaal in functie van de door het bewijs verschafte inzichten in de premissen (zie [5]). Afleidbaarheid op een stadium vormt in deze zin een basis voor rationele beslissingen. Ten eerste kunnen we op zijn best een benadering verkrijgen. Ten tweede zullen we op basis van pragmatische redenen moeten uitmaken of we een beslissing nemen dan wel de benadering verder verbeteren.

Laten we nu een zeer eenvoudig voorbeeld bekijken van een bewijs in de inconsistentie-adaptieve logica **ACLuN1**. Stel dat Γ de vijf formules bevat die ik op de eerste vijf lijnen invoer. Laat ons meteen stadium 7 bekijken:

1	$(p \wedge q) \wedge t$		PREM	$\emptyset$
2	$\sim p \vee r$		PREM	$\emptyset$
3	$\sim q \vee s$		PREM	$\emptyset$
4	$\sim p \vee \sim q$		PREM	$\emptyset$
5	$t \supset \sim p$		PREM	$\emptyset$
6	r	1, 2	RC	$\{p \wedge \sim p\}$
7	s	1, 3	RC	$\{q \wedge \sim q\}$

Geen enkele lijn is gemarkeerd omdat er geen *Dab*-formules voorkomen in dit stadium.

Hier is stadium 8 (ik herhaal de premissen niet):

6	r	1, 2	RC	$\{p \wedge \sim p\}$	$\surd$
7	s	1, 3	RC	$\{q \wedge \sim q\}$	$\surd$
8	$(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim q)$	1, 4	RU	$\emptyset$	

Lijn 8 heeft de lege verzameling als voorwaarde omdat ze verkregen wordt door RU toe te passen op lijnen 1 en 4, die zelf de lege verzameling als voorwaarde hebben. Lijnen 6 en 7 zijn gemarkeerd, omdat $U_8(\Gamma) = \{p \wedge \sim p, q \wedge \sim q\}$. Op stadium 8 van het bewijs is dus noch r noch s afgeleid.

We kunnen het bewijs echter uitbreiden met de hierna vermelde lijn 9:

6	r	1, 2	RC	$\{p \wedge \sim p\}$	$\surd$
7	s	1, 3	RC	$\{q \wedge \sim q\}$	
8	$(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim q)$	1, 4	RU	$\emptyset$	
9	$p \wedge \sim p$	1, 5	RU	$\emptyset$	

$U_9(\Gamma) = \{p \wedge \sim p\}$ zodat lijn 7 ongemarkeerd is op stadium 9. Er is verder niets interessants afleidbaar uit de premissen,[12] zodat s finaal afleidbaar is uit Γ en r niet.

[12] We weten dit met zekerheid omdat het propositioneel fragment van adaptieve logica's precies zo beslisbaar is als hun onderlimiet. De kracht van de dynamiek speelt dus pas ten volle op het predikatieve niveau (en elke realistische toepassing vereist dat niveau).

8 Inductieve Veralgemenig

Hier vermeld ik kort een adaptieve logica die niet inconsistentie-adaptief is. Tevens illustreert dit de kracht van de algemene karakterisering uit de twee voorgaande paragrafen.

De onderlimiet-logica is **CL**. $\Omega = \{\exists A \wedge \exists{\sim}A \mid A \in \mathcal{F}^\circ\}$, waarin $\mathcal{F}^\circ$ een formule is die noch quantoren noch individuele constanten (namen voor objecten) bevat. De strategie is, bijvoorbeeld, Betrouwbaarheid. Het achterliggend idee voor de abnormaliteiten (Ω) is dat inductie een zekere uniformiteit van de wereld veronderstelt (zie [19])—in een volstrekt uniforme wereld hebben alle objecten dezelfde eigenschappen. Terloops: de bovenlimiet-logica wordt verkregen door **CL** uit te breiden met het axiomaschema $\exists A \supset \forall A$ (als A waar is voor sommige objecten, dan is het waar voor alle objecten).

De verzameling premissen omvat data (waarnemingsgegevens) en achtergrondkennis. Op die achtergrondkennis ga ik hier niet in, omdat er veel soorten van zijn en omdat elke soort een aparte adaptieve logica vereist—zie onder meer [13]. Veronderstel dus maar dat de data zijn uitgebreid met de achtergrondkennis die (geheel of gedeeltelijk) kan worden behouden in het licht van die data.[13]

De bovenstaande 'keuzen' leveren ons meteen een semantiek en een bewijstheorie op, samen met een aantal metatheoretische eigenschappen. De verkregen logica laat ons toe generalisaties af te leiden uit de data (samen met de behouden achtergrondkennis).

Wanneer de premissen bevestigen dat sommige P ook Q zijn en niet bevestigen dat enige P niet Q is (en dat er niets anders aan de hand is met betrekking tot P en Q), dan volgt: alle P zijn Q. Voor alle objecten waarvan de premissen specifiëren dat ze P zijn, maar niet of ze Q zijn, volgt dat ze inderdaad Q zijn. Dit alles volgt vanzelfsprekend op een niet-lege voorwaarde, namelijk $\{(\exists x)(Px \supset Qx) \wedge (\exists x){\sim}(Px \supset Qx)\}$. Indien latere waarnemingen leiden tot een premisse die bevestigt dat a eigenschap P heeft, maar niet eigenschap Q, dan vallen al die conclusies meteen weg.

De zinsnede die in de vorige alinea tussen haakjes staat, behoeft enige toelichting. Stel dat de premissen bovendien bevestigen dat een of andere R niet Q is en niet voor enige R bevestigen dat ze Q is, dan kunnen we 'normaal' afleiden: alle R zijn niet-Q (met als voorwaarde $\{(\exists x)(Rx \supset {\sim}Qx) \wedge (\exists x){\sim}(Px \supset {\sim}Qx)\}$). Maar stel dat de premissen ook bevestigen dat b zowel P als R is, zonder te bevestigen of b al dan niet Q is. Dan kunnen we de volgende *Dab*-formule afleiden:

$$((\exists x)(Px \supset Qx) \wedge (\exists x){\sim}(Px \supset Qx)) \vee ((\exists x)(Rx \supset {\sim}Qx) \wedge (\exists x){\sim}(Px \supset {\sim}Qx))$$

Als gevolg hiervan vallen alle eerder vermelde conclusies weg (de lijnen waarop ze werden afgeleid worden gemarkeerd). Ik kan hier verder niet op ingaan, maar spoor de lezer aan na te gaan wat er aan de hand is.

Vanzelfsprekend kan een onderzoeker in deze omstandigheden redenen hebben om de hypothese "alle P zijn Q" te verkiezen boven "alle R zijn niet Q". Voor adaptieve logica's is dat geen probleem. In dit geval kan een nieuwe premisse (terecht) worden toegevoegd. Deze premisse moet vanzelfsprekend later

[13] Sommige achtergrondkennis kan worden behouden op voorwaarde dat ze niet gefalsifieerd wordt door de data. Van andere achtergrondkennis worden ook de gevolgen behouden wanneer deze laatste niet door de data gefalsifieerd zijn. Zie [13] voor enkele voorbeelden.

kunnen worden verworpen (indien zou blijken dat sommige P toch niet Q zijn). Dit vereist een techniek die precies dezelfde is als voor sommige soorten achtergrondkennis.

9 Bewijzen en Redeneringen

Tevoren betoogde ik dat de dynamische bewijzen een *explicatie* bieden voor de redeneringen in termen van gevolgrelaties waarvoor geen positieve test bestaat. Vanzelfsprekend zijn de (geannoteerde) bewijzen complexer dan de redeneerprocessen waarvoor ze een explicatie vormen. Hetzelfde geldt voor alle logica's.

In de bewijzen is een vorm van controle aanwezig die niet voorkomt in de overeenkomstige redeneringen. Daarin ligt precies hun nut. De controle wordt bereikt door twee elementen die niet voorkomen in gebruikelijke bewijzen. Ten eerste wordt aan elke afgeleide formule een (eventueel lege) voorwaarde gekoppeld. Daardoor wordt vastgelegd welke formules zich normaal moeten gedragen (met andere woorden, welke abnormaliteiten vals moeten zijn) opdat de formule afleidbaar zou zijn. Ten tweede is er de markeringsdefinitie (bepaald door de strategie) die voor elk stadium bepaalt welke lijnen al dan niet gemarkeerd zijn (en dus ook welke formules al dan niet zijn afgeleid op dat stadium). De vergissingen die mensen in dit soort redeneringen maken, komen voort uit het feit dat ze de voorwaarde waaronder een bewering afleidbaar is, verkeerd inschatten (en soms overzien), of die voorwaarde later vergeten, zodat ze een eerdere conclusie ten onrechte niet herroepen of een herroepen conclusie ten onrechte niet weer invoeren.

10 Tot Besluit

Conservatieve logici beschouwen adaptieve logica's niet als logica's. De naam doet er niet toe, voor mijn part mag men ze gicalo's noemen. Ze vormen echter wel degelijk explicaties voor redeneerprocessen en ze zijn in die zin precies zo normatief als andere logica's. Adaptieve logica's zijn bovendien explicaties voor formele redeneerprocessen. Of een bepaald conclusie afleidbaar is uit een verzameling premissen, hangt immers af van de minimale *Dab*-gevolgen van de premissen. Dit verhindert niet dat adaptieve logica's in verschillende opzichten het kader van de meer traditionele logica's doorbreken. Een van de nog onvermelde opzichten komt, bijvoorbeeld voor inconsistentie-adaptieve logica's als die uit de vorige paragraaf, hierop neer: de betekenis van een negatie uit de premissen wordt niet vastgelegd door de logica, maar ook door wat de premissen beweren. Sommige negaties hebben de klassieke betekenis, andere de zwakkere, paraconsistente betekenis.

Terloops, de vermelde conservatieve logici beweren te steunen op een inzicht in de natuur van de logica. Adaptieve logica's zouden daaraan niet beantwoorden. Erg geloofwaardig is deze houding niet. Ik heb reeds opgemerkt dat verschillende van de eigenschappen die in paragraaf 2 worden opgesomd, node werden opgegeven. Sommige ervan behoorden gedurende meer dan tweeduizend jaar impliciet of expliciet tot dat zogenaamd inzicht. Verdere argumenten hierover zijn echter naast de kwestie. Belangrijker is dat vandaag de dag een veelheid aan aanpakken wordt uitgewerkt die ons meer en meer in staat stellen redeneerprocessen te vatten die een realistische complexiteit vertonen. Dit gaat vanzelfsprekend ten koste van in paragraaf 2 vermelde eigenschappen. Ik heb al vermeld dat K.10 en K.12 reeds waren weggevallen. Bij sommige adaptieve logica's vallen onder meer K.2, K.3, K.4 en K.7–10 weg.

Adaptieve logica's zijn op een exacte wijze gedefinieerd en hun metatheorie is overeenkomstig de strenge traditionele logische standaarden uitgebouwd. Meest centraal is vanzelfsprekend de dynamische bewijstheorie, omdat die een explicatie biedt voor feitelijke redeneerprocessen.

Er werd een veelheid aan adaptieve logica's ontwikkeld—het zijn er veel meer dan de gevolgrelaties uit paragraaf 3. Binnen het adaptieve programma werden ook een aantal resultaten geïntegreerd die onafhankelijk ervan tot stand kwamen (een aantal niet-monotone logica's, de Rescher–Manor mechanismen, ...). Daarnaast werd de metatheorie uitgebouwd. Een recent overzicht vindt men in [11]—het onderzoek gaat vanzelfsprekend voort en het onderzoeksprogramma zelf vertoont een erg grote dynamiek, zodat zijn toekomst onvoorspelbaar blijft.

De 'retroactieve' dynamiek van de vermelde bewijzen beantwoordt op een natuurlijke wijze aan een 'prospectieve' dynamiek. Deze levert procedures om op een inzichtelijke (en efficiënte) manier bewijzen te zoeken. Deze procedures zijn verder essentieel voor lopend onderzoek, bijvoorbeeld betreffende probleemoplossingsprocessen. Dit zijn doelgerichte denkprocessen, waarin logische stappen worden gezet en die hetzelfde soort dynamiek vertonen als de dynamische bewijzen van adaptieve logica's, maar die geen logica's zijn in de zin van K.1. In dit opzicht is de toekomst nog veel minder voorspelbaar.[14]

Verwijzingen

[1] Alan Ross Anderson and Nuel D. Belnap, Jr. *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, volume 1. Princeton University Press, 1975.

[2] Diderik Batens. Dynamic dialectical logics as a tool to deal with and partly eliminate unexpected inconsistencies. In J. Hintikka and F. Vandamme, editors, *The Logic of Discovery and the Logic of Discourse*, pages 263–271. Plenum Press, New York, 1985.

[3] Diderik Batens. Dynamic dialectical logics. In Graham Priest, Richard Routley, and Jean Norman, editors, *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, pages 187–217. Philosophia Verlag, München, 1989.

[4] Diderik Batens. *Logicaboek. Praktijk en theorie van het redeneren.* Garant, Leuven/Apeldoorn, 1992. Vijfde herziene druk 2002.

[5] Diderik Batens. Blocks. The clue to dynamic aspects of logic. *Logique et Analyse*, 150–152:285–328, 1995. Appeared 1997.

[6] Diderik Batens. Inconsistency-adaptive logics. In Ewa Orłowska, editor, *Logic at Work. Essays Dedicated to the Memory of Helena Rasiowa*, pages 445–472. Physica Verlag (Springer), Heidelberg, New York, 1999.

[14] Op `http://logica.rug.ac.be/centrum/writings/` zijn alle niet gepubliceerde items uit de referenties beschikbaar.

[7] Diderik Batens. Towards the unification of inconsistency handling mechanisms. *Logic and Logical Philosophy*, 8:5–31, 2000. Appeared 2002.

[8] Diderik Batens. A dynamic characterization of the pure logic of relevant implication. *Journal of Philosophical Logic*, 30:267–280, 2001.

[9] Diderik Batens. On a partial decision method for dynamic proofs. In Hendrik Decker, Jørgen Villadsen, and Toshiharu Waragai, editors, *PCL 2002. Paraconsistent Computational Logic*, pages 91–108. (= *Datalogiske Skrifter* vol. 95), 2002. Also available as cs.LO/0207090 at `http://arxiv.org/archive/cs/intro.html`.

[10] Diderik Batens. On a logic of induction. In Roberto Festa, Atocha Aliseda, and Jeanne Peijnenburg, editors, *Confirmation, Empirical Progress, and Truth Approximation. Essays in Debate with Theo Kuipers*, volume 1. Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities, Rodopi, Amsterdam, 2003. In print.

[11] Diderik Batens. A general characterization of adaptive logics. *Logique et Analyse*, in print.

[12] Diderik Batens. The need for adaptive logics in epistemology. To appear.

[13] Diderik Batens and Lieven Haesaert. On classical adaptive logics of induction. *Logique et Analyse*, in print.

[14] Diderik Batens and Joke Meheus. The adaptive logic of compatibility. *Studia Logica*, 66:327–348, 2000.

[15] Diderik Batens and Joke Meheus. A tableau method for inconsistency-adaptive logics. In Roy Dyckhoff, editor, *Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods*, Lecture Notes in Artificial Intelligence Vol. 1847, pages 127–142. Springer, 2000.

[16] Diderik Batens, Chris Mortensen, Graham Priest, and Jean Paul Van Bendegem, editors. *Frontiers of Paraconsistent Logic.* Research Studies Press, Baldock, UK, 2000.

[17] Bryson Brown. How to be realistic about inconsistency in science. *Studies in History and Philosophy of Science*, 21:281–294, 1990.

[18] Rudolf Carnap. *Logical Foundations of Probability.* University of Chicago Press, Chicago, 1950.

[19] Rudolf Carnap. *The Continuum of Inductive Methods.* University of Chicago Press, Chicago, 1952.

[20] Jaakko Hintikka. *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery.* Kluwer, Dordrecht, 1999.

[21] Larry Laudan. Why was the logic of discovery abandoned? pages 173–183. A revised version appeared as chapter 11 of [22].

[22] Larry Laudan. *Science and Hypothesis.* Dordrecht,Reidel, Dordrecht,Reidel, 1981.

[23] Joke Meheus. Adaptive logic in scientific discovery: the case of Clausius. *Logique et Analyse*, 143–144:359–389, 1993. Appeared 1996.

[24] Joke Meheus. An extremely rich paraconsistent logic and the adaptive logic based on it. In Batens et al. [16], pages 189–201.

[25] Joke Meheus. Inconsistencies in scientific discovery. Clausius's remarkable derivation of Carnot's theorem. In Helge Krach, Geert Vanpaemel, and Pierre Marage, editors, *History of Modern Physics*, pages 143–154. Brepols, Brepols, 2002.

[26] Nancy Nersessian. Inconsistency, generic modeling, and conceptual change in science. In Joke Meheus, editor, *Inconsistency in Science*, pages 197–211. Kluwer, Dordrecht, 2002.

[27] John Norton. The logical inconsistency of the old quantum theory of black body radiation. *Philosophy of Science*, 54:327–350, 1987.

[28] John Norton. A paradox in Newtonian gravitation theory. *PSA 1992*, 2:421–420, 1993.

[29] Graham Priest. *In Contradiction. A Study of the Transconsistent.* Nijhoff, Dordrecht, 1987.

[30] Nicholas Rescher. *Hypothetical Reasoning.* North-Holland, Amsterdam, 1964.

[31] Nicholas Rescher and Ruth Manor. On inference from inconsistent premises. *Theory and Decision*, 1:179–217, 1970.

[32] Joel Smith. Inconsistency and scientific reasoning. *Studies in History and Philosophy of Science*, 19:429–445, 1988.

[33] Paul Weingartner. Reasons for filtering Classical Logic. In Batens et al. [16], pages 315–327.